PREPARATORIA ABIERTA PUEBLA

HIDRODINÀMICA

ELABORÓ

LUZ MARÍA ORTIZ CORTÉS

HIDRONIDÁMICA

- La hidrodinámica es la rama de la hidráulica que estudia el comporta miento de los líquidos en movimiento. Para lo cual considera la velocidad, la presión, el flujo y el gasto del líquido.
- Las aplicaciones de la hidrodinámica se ponen en evidencia en el diseño de canales, puertos, presas, cascos barcos, turbinas, conductos en general.

Canal de Panamá

Hidrodinámica

- El Teorema de Bernoulli, que trata de la ley de la conservación de la energía, es fundamental en el estudio de la Hidrodinámica, pues afirma que la suma de las energías cinética, potencial y de presión de un líquido en movimiento en un punto determinado es igual a la de otro punto cualquiera.
- La hidrodinámica estudia fundamentalmente los fluidos incompresibles, es decir, los líquidos, pues su densidad prácticamente no varía cuando cambia la presión ejercida sobre ellos.
- En el caso de los gases, como el aire, su densidad varía de acuerdo con la presión que reciben, por lo que son compresibles.
- En un fluido que se encuentre en movimiento, una capa del mismo ejerce resistencia al movimiento de otra capa que se encuentre paralela y adyacente a ella, esta resistencia se llama **viscosidad.**

Hidrodinámica

- Es necesario utilizar bombas para que el agua, petróleo o gasolina fluyan por una tubería desde la fuente de abastecimiento hasta los lugares de consumo, para que las fuerzas que se oponen a su desplazamiento entre las distintas capas del fluido, no lo impidan.

Hidrodinámica

- Para el estudio de los líquidos en movimiento, en general, se toman en cuenta las siguientes suposiciones:

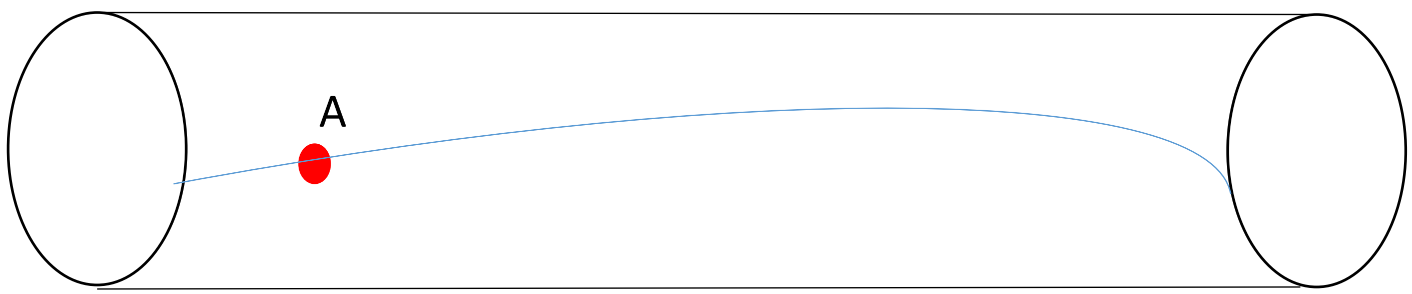
1. Los líquidos son incomprensibles.

2. La viscosidad se considera despreciable, es decir, se supone que los líquidos son ideales y por ello no presentan resistencia al flujo, lo cual posibilita despreciar las pérdidas de energía mecánica producidas por su viscosidad, ya que durante el movimiento, ésta genera fuerzas tangenciales entre las diferentes capas de un líquido.

3. El flujo de los líquidos se supone estacionario o de régimen estable. Esto sucede cuando la velocidad de toda partícula de un líquido es igual al pasar por el mismo punto, por ejemplo, en la figura se observa la trayectoria seguida por la partícula de un líquido, esto es, su línea de corriente al pasar por el punto A.

HIDRODINÁMICA

Línea de corriente que sigue la partícula de un líquido al pasar por el punto A.



La partícula del líquido que pasa por el punto A lleva cierta velocidad; si cualquier partícula que pasa por el punto A lo hace con la misma rapidez y trayectoria o línea de corriente, el flujo es estacionario o de régimen estable.

Teorema de Bernoulli

- Daniel Bernoulli (1700-1782), físico suizo que estudió el comportamiento de los líquidos, descubrió que la presión de un líquido que fluye por una tubería es baja si la magnitud de su velocidad es alta, y por lo contrario, la presión es alta si la magnitud de su velocidad es baja. Por tanto, la ley de la conservación de la energía también se cumple cuando los líquidos se encuentran en movimiento. Con base en sus estudios, Bernoulli enunció el teorema que lleva su nombre:

  "En un líquido ideal cuyo flujo es estacionario, la suma de las energías cinética, potencial y de presión que tiene el líquido en un punto es igual a la suma de estas energías en otro punto cualquiera. El líquido tiene tanto en el punto 1 como en el punto 2, tres tipos de energía:

a) Energía cinética debido a la magnitud de la velocidad y a la masa del líquido.

$$EC = \frac{1}{2} mv^2$$

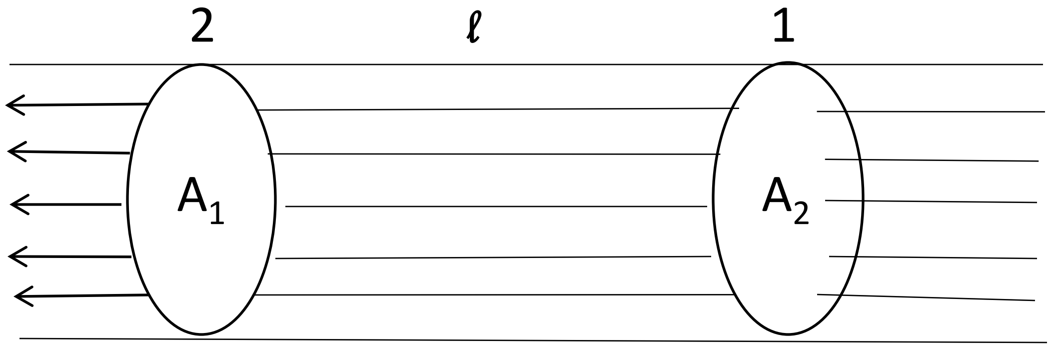
Teorema de Bernoulli

b) Energía potencial debida la altura del líquido respecto a un punto de referencia:

EP= mgh

c) Energía de presión originada por la presión que las moléculas del líquido ejercen entre sí, por lo cual el trabajo realizado para el desplazamiento de las moléculas es igual a la energía de presión. Para comprender la expresión matemática de esta energía:

Teorema de Bernoulli



La energía de presión es igual al trabajo realizado para que las moléculas del líquido se desplacen del punto 1 al 2, una distancia originada por la fuga de presión entre una molécula y otra.

Teorema de Bernoulli

- Debido a que la energía de presión es igual al trabajo realizado , se tiene:

$$E_{presión} = T = F\ell \qquad (1)$$

Como:

$$P = \frac{F}{A}$$

Despejando:

$$F = PA \qquad (2)$$

Al sustituir 2 en 1:

$$E_{presión} = PA\ell \qquad (3)$$

Teorema de Bernoulli

- El área de la sección transversal del tubo multiplicada por la distancia ℓ recorrida por el líquido nos da el volumen de éste que pasa por el punto 1 al 2, $A\ell = V$, de donde la ecuación 1 queda:

$$E_{\text{presión}} = PV \qquad (4)$$

Como

$$\rho = \frac{m}{v}$$

$$V = \frac{m}{\rho} \qquad (5)$$

Teorema de Bernoulli

- Al sustituir 5 en 4:

$$E_{presión}: \ P \frac{m}{\rho}$$

De donde:

$E_{presión}$ = energía de presión en joules J

P = Presión en Pa= N/m^2

m = masa del líquido en Kg

ρ = densidad del líquido en kg/m^3

Teorema de Bernoulli

- Así, de acuerdo con el Teorema de Bernoulli, la suma de las energías cinética, potencial y de presión en el punto 1 es igual a la suma de estas energías en el punto 2:

$$Ec_1 + Ep_1 + E_{presión\ 1} = Ec_2 + Ep_2 + E_{presión\ 2}$$

Al sustituir dichas energías por sus respectivas expresiones:

$$\frac{1}{2} mv_1^2 + mgh_1 + \frac{P_1 m}{\rho_1} = \frac{1}{2} mv_2^2 + mgh_2 + \frac{P_2 m}{\rho_2}$$

Teorema de Bernoulli

- Si dividimos la expresión anterior entre la masa que obtiene la ecuación correspondiente al Teorema de Bernoulli para expresar la energía por la unidad de masa:

$$\frac{V_1^2}{2} + gh_1 + \frac{P_1}{\rho_1} = \frac{V_2^2}{2} + gh_2 + \frac{P_2}{\rho_2}$$

Aunque el Teorema de Bernoulli parte de la consideración de que el líquido es ideal (por lo cual se desprecian las pérdidas de energía causadas por la viscosidad de todo líquido en movimiento) su ecuación posibilita resolver con facilidad muchos problemas sin incurrir en errores graves por despreciar esas pérdidas de energía, pues resultan insignificantes comparadas con las otras energías.

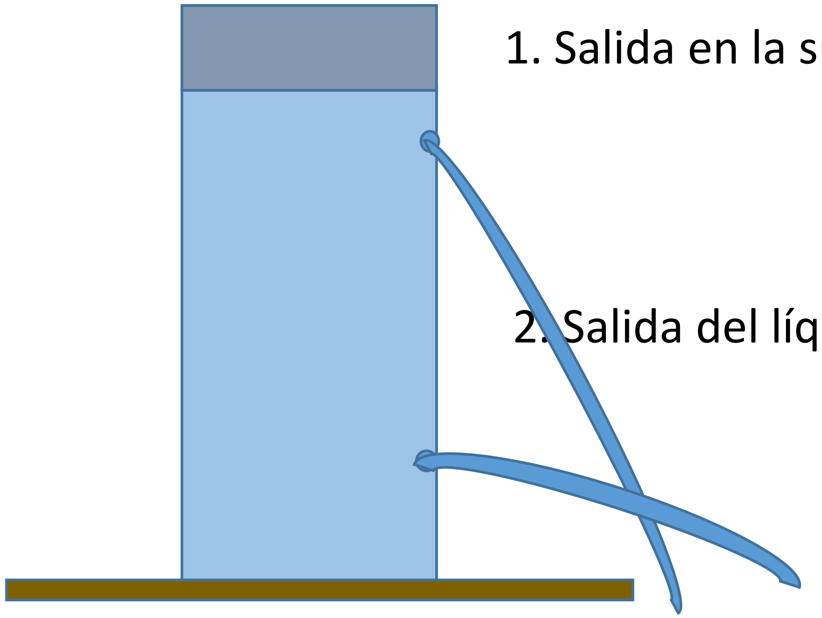
Aplicaciones del Teorema de Bernoulli

- Una aplicación del teorema de Bernoulli se tienen cuando se desea conocer la magnitud de la velocidad de salida de un líquido a través de un orificio en un recipiente. Como se observa en la figura.

a) Aplicando la ecuación del teorema de Bernoulli para el punto 1 ubicado sobre la superficie libre del líquido y para el punto 2 colocado en el fondo del recipiente donde se encuentra el orificio de salida tenemos:

$$\frac{v_1^2}{2} + gh_1 + \frac{P_1}{\rho_1} = \frac{V_2^2}{2} + gh_2 + \frac{P_2}{\rho_2}$$

Teorema de Torricelli



1. Salida en la superficie libre de líquido.

2. Salida del líquido en el fondo del recipiente.

La velocidad con que sale un líquido por un orificio es mayor conforme aumenta la profundidad.(Teorema de Torricelli).

Aplicaciones del teorema de Bernoulli

- Sin embargo, se pueden hacer las siguientes consideraciones:

1. Como la magnitud de la velocidad de salida del líquido en el punto 1 es despreciable si la comparamos con la magnitud de la velocidad de salida del líquido en el punto 2 se puede eliminar el término correspondiente a la energía cinética en el punto 1, es decir:

$$\frac{v_1^2}{2}$$

2. Como el punto 2 se encuentra en el fondo del recipiente a una altura cero sobre la superficie, podemos eliminar el término que indica la energía potencial en el punto 2, esto es: gh_2.

Aplicaciones del Teorema de Bernoulli

3. Como la energía de presión es provocada por la presión atmosférica y ésta es la misma en los dos puntos, es posible eliminar los términos que corresponden a la energía de presión en dichos puntos, esto es:

$$\frac{P}{\rho_1} \quad \text{y} \quad \frac{P}{\rho_2}$$

De acuerdo con lo señalado, de la ecuación de Bernoulli, sólo quedan los siguientes términos:

$$gh_1 = \frac{v_2^2}{2}$$

Teorema de Bernoulli

- Puesto que se desea calcular la magnitud de la velocidad de salida en el orificio, se despeja de la ecuación anterior:

$$v= \sqrt{2gh}$$

Donde:

v= Magnitud de la velocidad del líquido por el orificio en m/s

g= Magnitud de la aceleración de la gravedad= 9.8 m/s^2

h= profundidad a la que se encuentra el orificio de salida en (m).

Teorema de Torricelli

- La ecuación anterior fue desarrollada por el físico italiano Evangelista Torricelli (1608-1647), quien enunció el teorema que lleva su nombre:

  La magnitud de la velocidad con que sale un líquido por el orificio de un recipiente es igual a la que adquiere un objeto que se deja caer libremente desde la superficie libre del líquido hasta el nivel del orificio.

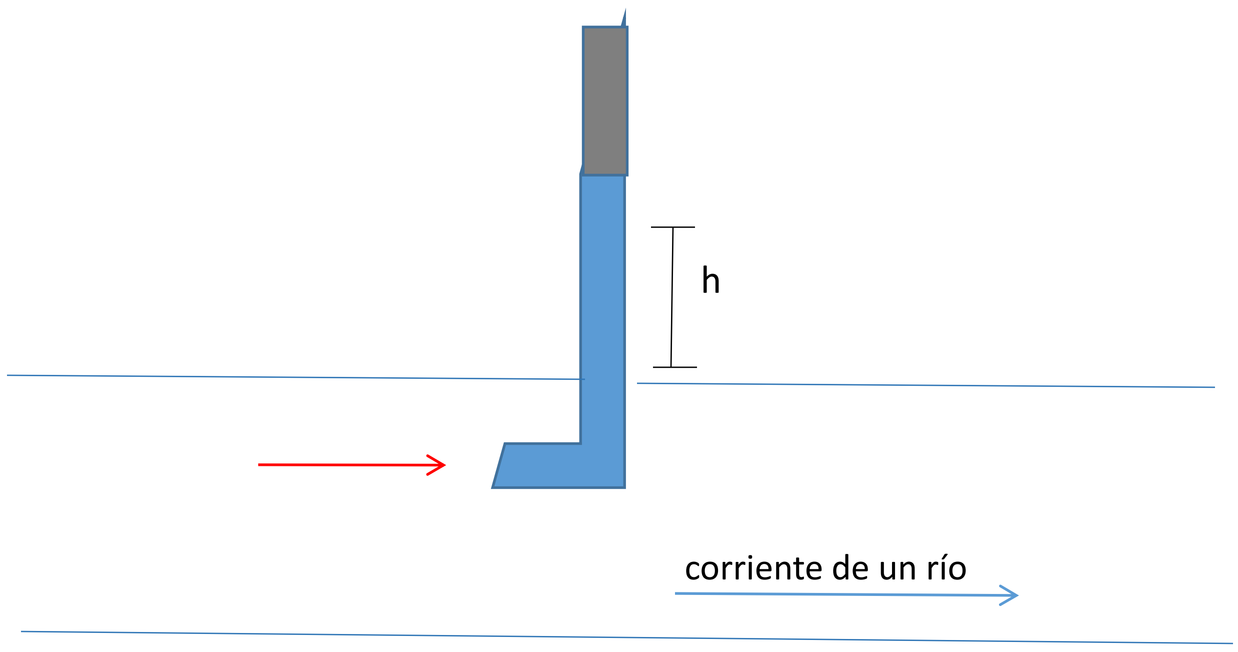
Evangelista Torricelli

Hidrodinámica

b) Tubo de Pitot. Se utiliza para medir en forma sencilla la magnitud de la velocidad de la corriente de un río. La forma del tubo es de una L; al introducirlo en la corriente, por la presión de ésta, el agua se eleva a cierta altura sobre la superficie. Conocida dicha altura, la magnitud de la velocidad de la corriente puede calcularse si se emplea la fórmula del teorema de Torricelli.

$$v=\sqrt{2gh}$$

Tubo de Pitot



- La altura que alcanzará el agua en el tubo de Pitot sobre la superficie libre del líquido aumentará si es mayor la magnitud de la velocidad.

Hidrodinámica

c) **Tubo de Venturi**. Su funcionamiento se basa en el teorema de Bernoulli y se emplea para medir la magnitud de la velocidad de un líquido que circula a presión dentro de una tubería. El tubo tiene un estrechamiento, que cuando pasa líquido por esta sección, aumenta la magnitud de su velocidad pero disminuye su presión. Al medir la presión en la parte ancha y en la estrecha, por medio de los manómetros acoplados en esos puntos, y con el conocimiento del valor de las áreas de sus respectivas secciones transversales se puede calcular la magnitud de la velocidad del líquido a través de la tubería por la cual circula si se utiliza la siguiente expresión obtenida a partir de la ecuación de Bernoulli:

Hidrodinámica

$$V_a = \sqrt{\dfrac{\dfrac{2}{\rho}\,(P_A - P_B)}{\left(\dfrac{A_A}{A_B}\right)^2 - 1}}$$

Donde:

v_A= magnitud de la velocidad del líquido a través de la tubería en m/s

P_A= Presión del líquido en la parte ancha del tubo en N/m^2

P_B= Presión del líquido en el estrechamiento del tubo de Venturi en N/m^2

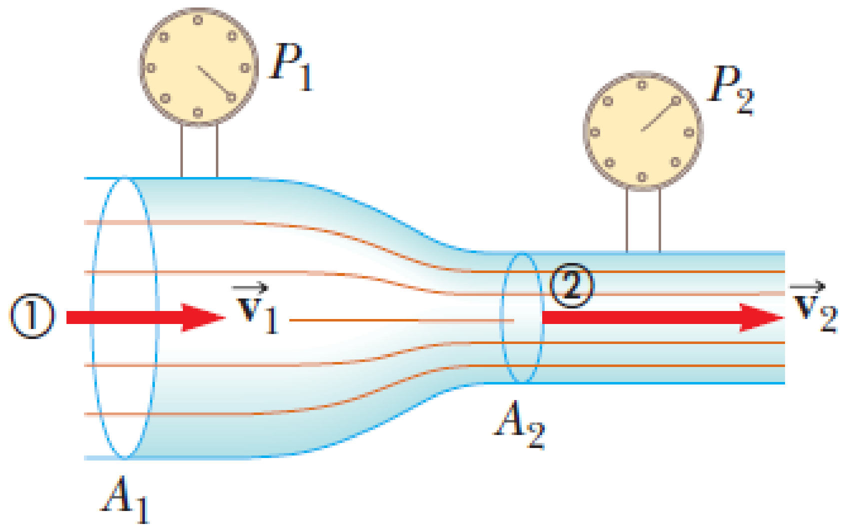
ρ = densidad del líquido en Kg/m^3

A_A= Área de sección transversal de la parte ancha del tubo en m^2

A_B= Área de sección transversal en el estrechamiento del tubo en m^2.

Tubo de Venturi

- Al intercalar el tubo de Venturi a una tubería, la magnitud de la velocidad del líquido se determina por la disminución de la presión en el punto 2, ocasionada por el aumento de la magnitud de la velocidad al reducirse el área en el estrechamiento.



Tubo de Venturi

Aplicaciones del Teorema de Bernoulli

d) La fuerza de sustentación que posibilita el vuelo de un avión es otra aplicación del Teorema de Bernoulli. De la forma del ala de un avión se puede observar que su cara superior es curvada y la inferior plana. Cuando el avión está en movimiento, la magnitud de la velocidad del aire que pasa por la parte superior del ala es mayor que la que pasa por la parte inferior para no retrasarse respecto a la demás masa de aire. Este aumento en la magnitud de la velocidad en la parte superior origina disminución de la presión de esa cara, por esa razón, al ser mayor la presión en la cara inferior del ala, el avión recibe una fuerza que lo impulsa en forma ascendente, lo que posibilita que pueda sostenerse en el aire al aumentar la magnitud de su velocidad.

Gasto y flujo

- Para un líquido que fluye por una tubería, el gasto es la relación entre el volumen del líquido que fluye por un conducto y el tiempo que tarda en fluir.

$$G = \frac{V}{t}$$

En donde:

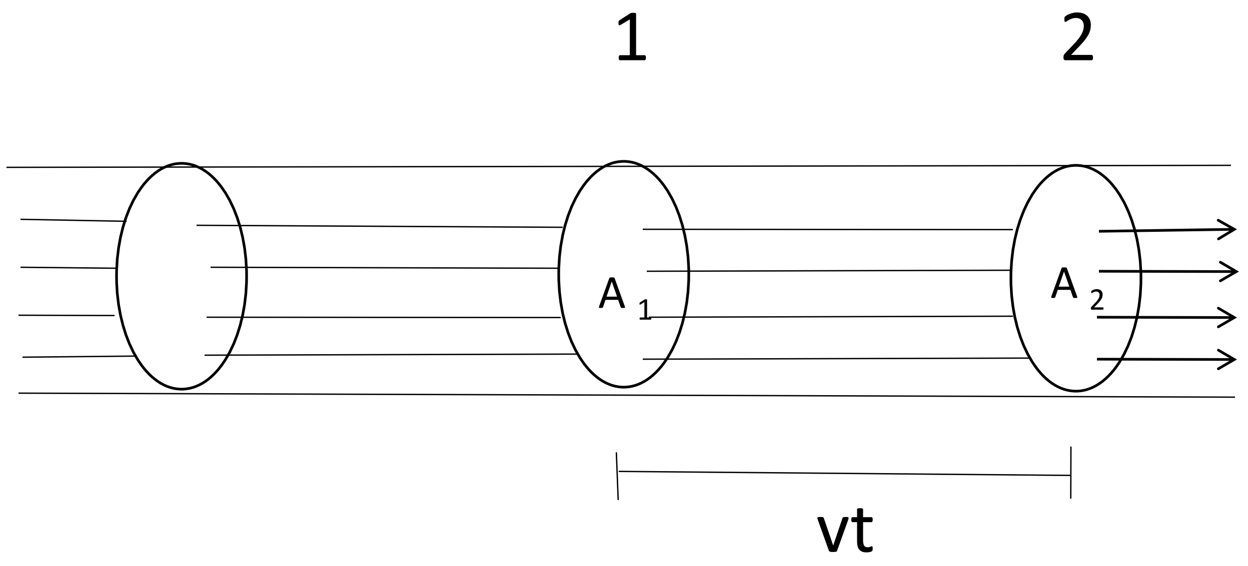
G= Gasto en m^3/s

V= Volumen del líquido que fluye en m^3

t= tiempo que tarda en fluir el líquido en segundos.

Gasto

- El gasto se puede calcular si se conoce la magnitud de la velocidad del líquido y el área de la sección transversal de la tubería.



El volumen del líquido que fluye por la tubería es igual a:V = Avt

Gasto

Para conocer el volumen del líquido que pasa por el punto 1 al 2 de la tubería, basta multiplicar el área, la magnitud de la velocidad del líquido y el tiempo que tarda en pasar por los puntos:

$$V = Avt \qquad (1)$$

y como:

$$G = \frac{V}{t} \qquad (2)$$

Sustituyendo:

$$G = \frac{Avt}{t}, \qquad G = Av$$

Gasto

- Donde:

  G= gasto en m^3/s

  A= Área de la sección transversal del tubo en m^2

  v= magnitud de la velocidad en m/s

En el sistema CGS el gasto se mide en cm^3/s o en unidades prácticas como litros/segundos.

Flujo:

El flujo es la cantidad de masa de líquido que fluye a través de una tubería en un segundo.

$$F = \frac{m}{t}$$

Ecuación de continuidad

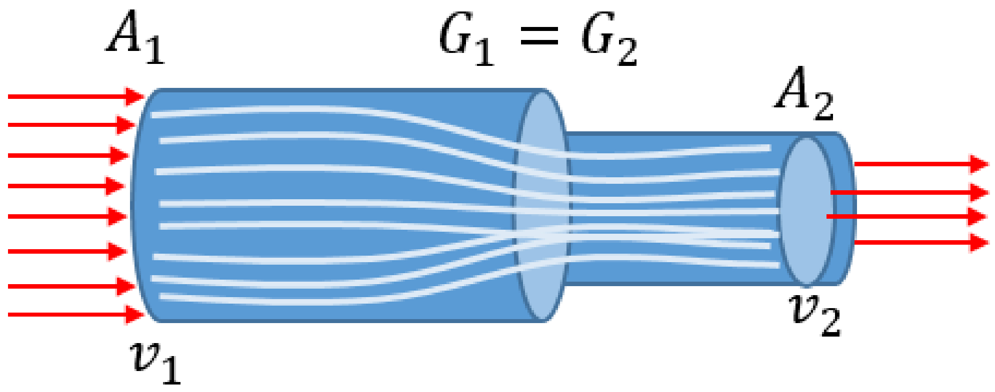
- La tubería de la figura reduce de manera considerable su sección transversal ente los puntos 1 y 2; sin embargo, al considerar que los líquidos son incompresibles, es evidente que la cantidad de líquido que pasa por los puntos 1 y 2 es la misma . Por ello, en el tubo de mayor sección transversal, la magnitud de la velocidad del líquido es menor a la que adquiere al pasar al punto 2, donde la reducción del área se compensa con el aumento en la magnitud de la velocidad del líquido. Por tanto, el gasto en el punto 1 es igual al gasto en el punto 2.

$$G_1 = G_2 = \text{constante}$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Esta expresión representa la ecuación de continuidad.

Ecuación de continuidad



La cantidad de líquido que pasa por el punto 1 es la misma que pasa por el punto 2, por tanto $G_1 = G_2$, o bien, $A_1v_1 = A_2v_2$ (ecuación de continuidad).

Problemas resueltos

1. Calcular el gasto de agua por una tubería al circular 1.5 m^3 en medio minuto.

Datos

G= ?

V= 1.5 m^3

t= 1/2 min o 30 s

Fórmula

$$G = \frac{V}{t}$$

Sustitución:

$$G = \frac{1.5\ m^3}{30\ s}$$

Resultado:

G= 0.05 m^3 /s

Problemas resueltos

2. Calcular el tiempo que tardará en llenarse un tanque cuya capacidad es de 10 m^3 al suministrarle un gasto de 25 *l* /s.

Datos:

$t = ?$

$V = 10\ m^3$

$G = 25\ l/s$

Fórmula

$$G = \frac{V}{t}$$

Despeje:

$$t = \frac{V}{G}$$

Conversión de unidades:

$$\frac{25\ \cancel{l}}{s} \times \frac{1\ m^3}{1000\ \cancel{\text{litros}}} = 0.025\ m^3/s$$

Resultado:

$t = 400\ s$

Problemas resueltos

- Sustitución:

$$t = \frac{10 \frac{m^3}{1}}{0.025 \frac{m^3}{s}} = 400 \frac{\cancel{m^3}.s}{\cancel{m^3}} =$$

Resultado:

$\boxed{t = 400\ s}$

Como puede observarse en las unidades, se multiplican extremos con extremos y medios con medios, después se anulan los m^3 del numerador y el denominador, y finalmente se obtienen s.

Problemas resueltos

3. Calcular el gasto de agua por una tubería de 5.08 cm de diámetro cuando la magnitud de la velocidad del líquido es de 4 m/s.

Datos

G=?

d= 5.08 cm

v= 4 m/s

Fórmulas:

$G = vA$ $\qquad A = \frac{\pi}{4} d^2$

Conversión de unidades:

$$5.08\ \cancel{cm} \times \frac{1\ m}{100\ \cancel{cm}} = 0.0508\ m$$

PROBLEMAS RESUELTOS

Sustitución:

$$A = \frac{3.1416}{4} \times (0.0508\ m)^2$$

$$G = (4\ m/s)(0.0020268\ m^2) =$$

Resultado:

$A = 0.0020268\ m^2$

$G = 0.008\ m^3/s$

Problemas resueltos

4. Determinar la profundidad a la que se debe encontrar un orificio en un tanque de almacenamiento para que por él salga un líquido a una velocidad de 4.5 m/s.

Datos:

h =?

v= 4.5 m/s

$g= 9.8\ m/s^2$

Fórmula:

$$v=\sqrt{2gh}$$

Despeje:

$$h=\frac{v^2}{2g}$$

Sustitución:

$$h=\frac{(4.5\ m/s)^2}{2(9.8\ m/s^2)}$$

$$h=\frac{20.25\ \cancel{m^2}/\cancel{s^2}}{19.6\ \cancel{m}/\cancel{s^2}}$$

Resultado:

$h= 1.033\ m$

Problemas resueltos

5. Determinar la magnitud de la velocidad de petróleo crudo que circula por una tubería de área igual a 0.04 m^2 en su sección transversal si el gasto es de 0.1 m^3 /s.

Datos:

$v= ?$

$A= 0.04\ m^2$

$G= 0.1\ m^3/s$

Fórmula:

$G= vA$

Despeje:

$$v= \frac{G}{A}$$

Sustitución:

$$v= \frac{0.1\ \cancel{m^3}/s}{0.04\ \cancel{m^2}}$$

Resultado:

V= 2.5 m/s

Problemas resueltos

6. Para llenar un tanque de almacenamiento de gasolina de 25 m^3 se envió un gasto de 0.1 m^3/s ¿Qué tiempo tarda en llenarse el tanque?

Datos:

$G = 0.1\ m^3/s$

$t = ?$

$V = 25\ m^3$

Fórmula:

$$G = \frac{V}{t}$$

Despeje:

$$t = \frac{V}{G}$$

Sustitución:

$$t = \frac{25\ \cancel{m^3}}{0.1\ \cancel{m^3}/s}$$

Resultado:

$t = 250\ s$

Problemas resueltos

7. Determinar la magnitud de la velocidad con la que sale un líquido por un orificio localizado a una profundidad de 2.6 m en un tanque de almacenamiento.

Datos:

$v = ?$

$h = 2.6\ m$

Fórmula

$$v = \sqrt{2gh}$$

Sustitución:

$$v = \sqrt{2(9.8\ m/s^2)\ (2.6\ m)}$$

Resultado:

$v = 7.14\ m/s$

Problemas resueltos

8. Determinar el gasto de una tubería de 4.2 cm de diámetro si la magnitud de la velocidad del líquido es de 5 m/s.

Datos:

$G = ?$

$d = 4.2\ cm$

$v = 5\ m/s$

Fórmulas:

$G = vA$

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

Conversión de unidades:

$$4.2\ \cancel{cm} \times \frac{1\ m}{100\ \cancel{cm}} = 0.042\ m$$

Problemas resueltos yo

- Se determina el área:

$$A = \frac{(3.1416)(0.042\ m)^2}{4}$$

$$A = 0.00138544$$

Se determina el gasto:

Resultado:

$$G = 5\ m/s \times 0.00138544\ m^2 = \boxed{G = 0.0069\ m^3/s}$$

Problemas resueltos

9. Para medir la magnitud de la velocidad de la corriente en un río se introduce en él un tubo de Pitot, la altura a la que llega el agua dentro del tubo es de 0.2 m, ¿A qué magnitud de velocidad va la corriente?

- Datos:

  $v = ?$

  $h = 0.2\ m$

Fórmula:

$$v = \sqrt{2gh}$$

Sustitución:

$$V = \sqrt{2(9.8\ m/s^2)(0.2\ m)}$$

Resultado:

$v = 1.98\ m/s$

Problemas resueltos

10. Para medir la magnitud de la velocidad de la corriente de un río se introdujo en él un tubo de Pitot, encontrándose un valor de 2 m/s. ¿A qué altura llegó el agua dentro del tubo?

Datos:

$v = 2\ m/s$

$h = ?$

$g = 9.8\ m/s$

Fórmula:

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

Despeje:

$$v^2 = 2gh$$

Sustitución:

$$h = \frac{(2\ m/\cancel{s})^2}{2(9.8\ m/s^2)} = \frac{4\ \cancel{m^2}/\cancel{s^2}}{19.6\ m/\cancel{s^2}}$$

Resultado:

$h = 0.2\ m$

Problemas resueltos

11. Calcular el diámetro que debe tener una tubería para que el gasto sea de 0.02 m^3/s a una magnitud de velocidad de 1.5 m/s.

Datos:

d=?

G= 0.02 m^3/s

v= 1.5 m/s

Fórmula:

G= vA

Despeje:

$$A = \frac{G}{v}$$

Sustitución:

$$A = \frac{0.02\ m^3/s}{1.5\ m/s}$$

Resultado:

A= 0.0133 m^2

Problemas propuestos

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}}$$

Sustitución:

$$d = \sqrt{\frac{4(0.0133\ m^2)}{3.1416}}$$

Resultado:

d= 0.13 m

Problemas resueltos

12. Por una tubería de 5.08 cm de diámetro circula agua a una magnitud de velocidad de 1.6 m/s. Calcular la magnitud de velocidad que llevará el agua al pasar por un estrechamiento de la tubería donde el diámetro es de 4 cm.

Datos:

$d_1= 5.08$ cm

$v_1= 1.6$ m/s

$v_2= ?$

$d_2= 4$ cm

Fórmulas:

$$A_1v_2= A_2v_2$$

$$A= \frac{\pi d^2}{4}$$

Problemas resueltos

- Se determina el área del diámetro mayor:

$$A_1 = \frac{3.1416 \times (5.08\ \text{cm})^2}{4} = 20.268\ \text{cm}^2$$

Se determina el área del diámetro menor:

$$A_2 = \frac{3.1416\ \times\ (4\ \text{cm})^2}{4} \qquad A = 12.566\ \text{cm}^2$$

$$v_2 = \frac{20.268\ \cancel{\text{cm}^2}\ \times\ 1.6\ \text{m/s}}{12.566\ \cancel{\text{cm}^2}} =$$

$v_2 = 2.58$ m/s

Problemas resueltos

13. Determinar la magnitud de la velocidad con la que sale un líquido por un orificio localizado a una profundidad de 2.6 m en un tanque de almacenamiento.

Datos:

$v = ?$

$h = 2.6\ m$

Fórmula:

$V = \sqrt{2gh}$

Sustitución:

$V = \sqrt{2(9.8\ m/s^2)(2.6\ m)}$

$v = 7.14\ m/s$

Problemas resueltos

14. Por una tubería de 3.81 cm de diámetro circula agua a una magnitud de velocidad de 3 m/s. En una parte de la tubería hay un estrechamiento y el diámetro es de 2.54 cm ¿Qué magnitud de velocidad llevará el agua en este punto?

Datos:

D= 3.81 cm

v= 3 m/s

d= 2.54 cm

v=?

Fórmulas:

$G_1 = G_2$ $\qquad$ $A_1v_1 = A_2v_2$

$A = \frac{\pi d^2}{4}$

Problemas resueltos

- Se determina el área del diámetro mayor:

$$A_1 = \frac{3.1416 \times (3.18\ cm)^2}{4} \qquad A_1 = 11.4009\ cm^2$$

Se determina el área del diámetro menor:

$$A_2 = \frac{3.1416\ \times\ (2.54\ cm)^2}{4} \qquad A_2\ = 5.062$$

Se determina la magnitud de la velocidad:

$$v_2 = \frac{11.4009\ cm^2\ \times 3\ m/s}{5.062\ cm^2} =$$

V= 6.75 m/s

Problemas resueltos

15. Para medir la magnitud de la velocidad de la corriente de un río se introduce en él un tubo de Pitot a la altura a la que llega el agua dentro del tubo es de 0.2 m. ¿A qué magnitud de velocidad va la corriente ?

Datos:

$v = ?$

$h = 0.2\ m$

$g = 9.8\ m/s^2$

Fórmula:

$$V = \sqrt{2gh}$$

Sustitución:

$$v = \sqrt{2(9.8\ m/s^2)(\ 0.2\ m)}$$

Resultado:

$V = 1.98\ m/s$

Problemas resueltos

16. Determinar el gasto de petróleo crudo que circula por una tubería de área igual a 0.05 m^2 en su sección transversal si la magnitud de la velocidad del líquido es de 2 m/s.

Datos:

$G = ?$

$A = 0.05\ m^2$

$v = 2\ m/s$

Fórmula:

$G = vA$

Sustitución:

$G = (2\ m/s)(0.05\ m^2)$

Resultado

$G = 0.1\ m^3/s$

Problemas resueltos

17. Calcular el diámetro que debe tener una tubería para que el gasto sea de $0.02\ m^3/s$ a una magnitud de velocidad de 1.5 m/s.

Datos:

$d = ?$

$G = 0.02\ m^3/s$

$v = 1.5\ m/s$

Fórmulas

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$G = vA$$

Despeje:

$$d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}}$$

$$A = \frac{G}{v}$$

Sustitución:

$$A = \frac{0.02\ m^3/s}{1.5\ m/s}$$

$$A = 0.01333\ m^2$$

Problemas resueltos

Sustitución:

$$d = \sqrt{\frac{4(0.01333\ m^2)}{3.1416}}$$

Resultado:

d= 0.13 m

Problemas resueltos

18. Calcular el volumen de una alberca para que se llene en un tiempo de 10 horas si se alimenta recibiendo un gasto de 10 litros/s. Dar el resultado en m^3 y en litros

Datos:

$V = ?$

$t = 10$ horas

$G = 12$ litros/s

Fórmula:

$$G = \frac{V}{t}$$

Despeje:

$$V = G \times t$$

Conversión:

$$\frac{10\ \cancel{\text{litros}}}{s} \times \frac{1\ m^3}{1000\ \cancel{\text{litros}}} = 0.01\ m^3/s$$

Problemas resueltos

- Conversión:

$$10\,\cancel{h} \times \frac{3600\ s}{1\,\cancel{h}} = 36000\ s$$

Sustitución:

$$V = 0.01\ \frac{m^3}{\cancel{s}} \times 36000\,\cancel{s} = 360\ m^3$$

Conversión:

$$360\,\cancel{m^3} \times \frac{1000\ litros}{1\,\cancel{m^3}} = 360000\ litros$$

Problemas resueltos

19. Determinar el diámetro que debe tener una tubería para que el gasto de agua sea de $0.3\ m^3/s$ a una velocidad cuya magnitud es de $8\ m/s$

Datos

$d = ?$

$G = 0.3\ m^3/s$

$v = 8\ m/s$

Fórmulas

$G = vA \qquad A = \dfrac{\pi d^2}{4}$

Despeje:

$$A = \frac{G}{v} \qquad A = \frac{0.3\ \cancel{m}^3/\cancel{s}}{8\ \cancel{m}/\cancel{s}} \qquad A = 0.0375\ m^2$$

PROBLEMAS RESUELTOS

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

Despeje:

$$4A = \pi d^2 \qquad d^2 = \frac{4 \quad A}{3.1416} \qquad d = \sqrt{\frac{4 \ \times .0375 \ m^2}{3.1416}}$$

Resultado:

$d = 0.218$ m

Problemas resueltos

20. Con qué magnitud de velocidad sale un líquido por un orificio que se encuentra a una profundidad de 0.9 m.

Datos

$v = ?$

$h = 0.9\ m$

$g = 9.8\ m/s^2$

Fórmula

$$v = \sqrt{2gh}$$

Sustitución:

$$v = \sqrt{2\,(9.8\ m/s^2)\,(0.9\ m)}$$

Resultado:

$V = 4.2\ m/s$

Problemas resueltos

21. Calcular el gasto de agua por una tubería al circular 4 m^3 en 0.5 min.

Datos:

G= ?

V= 4 m^3

t= 0.5 min

Fórmula

$$G = \frac{V}{t}$$

Conversión de unidades:

$$0.5\ \cancel{min} \times \frac{60\ s}{1\ \cancel{min}} = 30\ s$$

Sustitución:

$$G = \frac{4\ m^3}{30\ s}$$

Resultado:

G= 0.133 m^3 /s

Problemas resueltos

22. Para llenar un tanque de almacenamiento de gasolina se envió un gasto de 0.1 m^3/s durante un tiempo de 200 s. ¿Qué volumen tiene el tanque?

- Datos:

  $G = 0.1\ m^3/s$

  $t = 200\ s$

  $V = ?$

Fórmula

$$G = \frac{V}{t}$$

Despeje:

$$V = G \times t$$

Sustitución:

$$V = 0.1\ m^3/\cancel{s} \quad x \quad 200\ \cancel{s}$$

Resultado:

$$\boxed{V = 20\ m^3}$$

Problemas resueltos

23. Calcular el tiempo que tardará en llenarse una alberca cuya capacidad es de 400 m^3 si se alimenta recibiendo un gasto de 10 litros/s. Dar el resultado en minutos y en horas.

Datos:

$t = ?$

$V = 400\ m^3$

$G = 10$ litros/s

Fórmula:

$$G = \frac{V}{t}$$

Despeje:

$$t = \frac{V}{G}$$

Conversión de unidades:

$$\frac{10\ \cancel{\text{litros}}}{\cancel{s}} \times \frac{1\ \ m^3}{1000\ \cancel{\text{litros}}} \times \frac{60\ \cancel{s}}{1\ \text{min}} = 0.6\ m^3/\text{min}$$

Problemas resueltos

Sustitución:

$$t = \frac{400 \ \cancel{m^3}}{0.6 \ \cancel{m^3}/min}$$

Resultado:

t= 666.666 min

$$666.666 \ \cancel{min} \times \frac{1 \ hora}{60 \ \cancel{min}} = 11.11 \ horas$$

Problemas resueltos

24. Un tubo de Venturi tiene un diámetro D= 0.1524 m y una presión de 4.2 x 10^4 N/m^2 en su parte más ancha. En el estrechamiento, el diámetro es d= 0.0762 m y la presión es de 3 x 10^4 N/m^2 . ¿Cuál es la magnitud de la velocidad del agua que fluye a través de la tubería?

Datos:

$D = 0.1524$ m

$P_A = 4.2 \times 10^4\ N/m^2$

$d = 0.0762$ m

$P_B = 3 \times 10^4\ N/m^2$

$\rho_{H_2O} = 100\ Kg/m^3$

Fórmulas:

$$vA = \sqrt{\frac{\frac{2(P_A - P_B)}{\rho}}{\left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 - 1}}$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

Problemas resueltos

- Se determina el área de la parte más ancha del tubo de Venturi:

$$A_A = \frac{(3.1416)(0.1524)^2}{4} = 0.01824 \quad m^2$$

Se determina el área de la parte estrecha del tubo de Venturi:

$$A_B = \frac{(3.1416)(0.0762\ m)^2}{4} = 0.00456 \quad m^2$$

Problemas resueltos

- Sustitución:

$$vA = \sqrt{\dfrac{\left(\dfrac{2}{1000\ kg/m^3}\right)(4.2 \times 10^4 - 3 \times 10^4)\ N/m^2}{\left(\dfrac{0.01824\ \cancel{m^2}}{0.00456\ \cancel{m^2}}\right) - 1}}$$

Resultado:

vA= 1.26 m/s

Problemas resueltos

25. En la parte más ancha de un tubo de Venturi hay un diámetro de 10.16 cm y una presión de 3×10^4 N/m^2 . En el estrechamiento del tubo el diámetro mide 5.08 cm y tiene una presión de 1.9×10^4 N/m^2.

a) ¿Cuál es la magnitud de la velocidad del agua que fluye a través de la tubería?

b) ¿Cuál es el gasto?

Datos:

D= 10.16 cm

$P_A = 3 \times 10^4\ N/m^2$

d= 5.08 cm

$P_B = 1.9 \times 10^4\ N/m^2$

v= ?

G=?

$\rho\ H_2O = 1000\ kg/m^3$

Fórmula:

$$vA = \sqrt{\frac{\frac{2}{\rho}(P_A - P_B)}{\left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 - 1}}$$

Despeje:

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

Problemas resueltos

- Se determina el área A_A (parte más ancha del tubo de Venturi):

$$A_A = \frac{(3.14169)(0.1016\ m)^2}{4} \qquad A_A = 0.0081\ m^2$$

$$AB = \frac{(3.14169)(0.0.0508\ m)^2}{4} \qquad A_B = 0.0020268\ m^2$$

Problemas resueltos

$$v_A = \sqrt{\dfrac{\left(\dfrac{2}{1000\ kg/m^3}\right)(4.2 \times 10^4 - 3 \times 10^4)\ \dfrac{kg.m/s^2}{m^2}}{\left(\dfrac{0.0081\ \cancel{m^2}}{0.0020268\ \cancel{m^2}}\right)^2 - 1}}$$

$$\dfrac{\dfrac{kg.m/s^2}{m^2}}{\dfrac{kg}{m3}} = \dfrac{\dfrac{\cancel{kg}.\cancel{m}}{m^{\cancel{2}}.s^2}}{\dfrac{kg}{m3}} = \dfrac{\dfrac{kg}{m.s^2}}{\dfrac{kg}{m3}} = \dfrac{\cancel{kg}.m^{\cancel{3}}}{\cancel{kg}.\cancel{m}.s^2} = \dfrac{m^2}{s^2}$$

$$v_A = \sqrt{\dfrac{22\ m^2/s^2}{15}} = 1.21\ m/s$$

Resultado: $\boxed{v_A = 1.21\ m/s}$

Problemas resueltos

- Se determina el gasto:

Fórmula — Sustitución:

$G = vA$ — $G = (1.21\ m/s)(0.0081073386\ m^2)$

Resultado:

$G = 0.0098\ m^3/s$

Problemas resueltos

26. Un tubo de Venturi tiene un diámetro de 0.16 m y una presión de 4.5 x 10^4 N/m^2 en su parte más ancha. En el estrechamiento, el diámetro es de 0.08 m y la presión es de 3.5 x 10^4 N/m^2 . ¿Cuál es la magnitud de la velocidad del agua que fluye a través de la tubería?

Datos:

D= 0.16 m

$P_A = 4.5 \times 10^4\ N/m^2$

d= 0.08 m

$P_B = 3.5 \times 10^4\ N/m^2$

$d_{H_2O} = 1000\ kg/m^3$

Fórmulas:

$$vA = \sqrt{\dfrac{\dfrac{2}{\rho}(P_A - P_B)}{\left(\dfrac{A_A}{A_B}\right)^2 - 1}}$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4}$$

Problemas resueltos

- Se determina el área de la parte más ancha A_A:

$$A_A = \frac{3.1416 \times (0.16\ m)^2}{4} \qquad A_A = 0.020106\ m^2$$

- Se determina el diámetro de la parte estrecha A_B:

$$A_B = \frac{3.1416 \times (0.08\ m)^2}{4} \qquad A_B = 0.00502656\ m^2$$

Problemas resueltos

Sustitución:

$$v_A = \sqrt{\frac{\dfrac{2}{1000\ kg/m^3}\left(4.5 \times 10^4\ N/m^2 - 3.5 \times 10^4\ N/m^2\right)}{\left(\dfrac{0.020106\ \cancel{m^2}}{0.00502656\ \cancel{m^2}}\right)^2 - 1}}$$

Resultado:

vA= 1.1547 m/s

Problemas resueltos

27. Calcular la presión en la parte más ancha de un tubo de Venturi si su diámetro en esa parte es de 10 cm y en el estrechamiento del tubo el diámetro mide 5 cm y tiene una presión de 1.8×10^4 N/m^2. La magnitud de la velocidad del agua que fluye a través de la tubería es de 1.1547 m/s.

Datos:

$P_A = ?$

$D = 10$ cm

$d = 5$ cm

$P_B = 1.8 \times 10^4$ N/m^2

$vA = 1.1547$ m/s

$\rho_{H2O} = 1000$ kg/m^3

Fórmula:

$$vA = \sqrt{\frac{\frac{2(P_A - P_B)}{\rho}}{\left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 - 1}}$$

Despeje:

$$P_A = \left(\rho\,\frac{\left(\left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 - 1\right) vA^2}{2}\right) + P_B$$

Problemas resueltos

- Se determina el área de la parte más ancha del tubo de Venturi:

$$A_A = \frac{3.1416 \text{ x } (0.10 \text{ m})^2}{4} \qquad A_A = 0.007854 \text{ m}^2$$

Se determina el área del estrechamiento del tubo:

$$A_B = \frac{3.1416 \text{ X } (0.05 \text{ m})^2}{4} \qquad A_B = 0.0019635 \text{ m}^2$$

Problemas resueltos

- Sustitución:

$$P_A = \left(\frac{1000\,kg/m^3 \left(\left(\frac{0.007854\ \cancel{m^2}}{0.0019635\ \cancel{m^2}} \right)^2 - 1 \right) (1.547\ m/s)^2}{2} \right) + 1.8 \times 10^4\ N/m^2$$

$$P_A = 10\,000\ N/m^2 + 18000\ N/m^2 = 28\,000\ N/m^2 = 2.8 \times 10^4\ N/m^2$$

Problemas resueltos

28. Determinar el gasto de petróleo crudo que circula por una tubería de área igual a 0.05 m^2 en su sección transversal si la magnitud de la velocidad del líquido es de 2 m/s.

Datos:

$G = ?$

$A = 0.05\ m^2$

$v = 2\ m/s$

Fórmula:

$G = vA$

Sustitución

$G = 2\ m/s \times 0.05\ m^2$

Resultado:

$G = 0.1\ m^3/s$

Problemas resueltos

29. Determinar el tiempo que se requiere para que por una tubería de gasto = 0.125 m^3/s circulen 6 m^3 de agua.

Datos:

G= 0.125 m^3/s

t= ?

v= 6 m^3

Fórmula:

$$G = \frac{V}{t}$$

Despeje:

$$t = \frac{V}{G}$$

Sustitución:

$$t = \frac{6\ \cancel{m^3}}{0.125\ \cancel{m^3}/s}$$

t= 48 s

Respuestas:

t= 48 s

Problemas resueltos

30. ¿Cuál es el gasto de agua en una tubería que tiene un diámetro de 3.81 cm cuando la magnitud de la velocidad del líquido es de 1.8 m/s?

Datos:

G= ?

d= 3.81 cm

v= 1.8 m/s

Fórmulas

$G = vA$

$A = \frac{\pi d^2}{4}$

Sustitución:

$$A = \frac{3.1416 \times (3.81\ cm)^2}{4} \qquad A = 11.4\ cm^2$$

Problemas resueltos

Conversión de unidades:

$$11.4\ \cancel{cm^2} \times \frac{1\ m^2}{10\ 000\ \cancel{cm^2}} = 0.00114\ m^2$$

$G = vA$

Sustitución:

$G = 1.8\ m/s \times 0.00114\ m^2$

Resultado:

$G = 0.002\ m^3/s$

Problemas resueltos

31. Determinar el área de una tubería para que circule petróleo crudo a una velocidad de 3 m/s y un gasto de 0.1 m^3/s.

Datos:

A= ?

v= 3 m/s

G= 0.1 m^3/s

Fórmula:

G= vA

Despeje:

$$A = \frac{G}{v}$$

Sustitución:

$$A = \frac{0.1\ \frac{m^{\cancel{3}}}{\cancel{s}}}{3\ \frac{\cancel{m}}{\cancel{s}}} = 0.033\ m^2$$

Resultado:

A= 0.033 m^2

Problemas resueltos

32. Para medir la magnitud de la velocidad de la corriente en un río se introduce en él un tubo de Pitot, la altura a la que llega el agua dentro del tubo es de 0.4 m. ¿A qué magnitud de velocidad va la corriente?

Datos:

h= 0.4 m

v= ?

g= 9.8 m/s^2

Fórmula:

$v= \sqrt{2gh}$

Sustitución:

$v= \sqrt{2\ (9.8\ m/s^2)(0.4\ m)}$

Resultado

v= 2.8 m/s

Problemas propuestos

1. Calcular el gasto de agua por una tubería al circular 1.2 m^3 en 20 s.
2. Calcular el gasto de agua por una tubería de 6 cm de diámetro cuando la magnitud de la velocidad del líquido es de 50 m/s.
3. Por una tubería fluyen 1500 litros de agua en un minuto. Calcular el gasto. m^3/s
4. Calcular el tiempo que tardará en llenarse una alberca cuya capacidad es de 300 m^3 si se alimenta recibiendo un gasto de 8 litros/s.
5. Para llenar un tanque de almacenamiento de gasolina se envió un gasto de 0.05 m^3/s durante un tiempo de 100 s. ¿Qué volumen tiene el tanque?
6. Con qué magnitud de velocidad sale un líquido por un orificio que se encuentra a una profundidad de 0.7 m.

PROBLEMAS PROPUESTOS

7. Determinar el diámetro que debe tener una tubería para que el gasto de agua sea de 0.5 m^3/s a una velocidad cuya magnitud es de 10 m/s.

8. Para llenar el tanque de almacenamiento de gasolina se envió un gasto de 0.2 m^3/s durante un tiempo de 300 s. ¿Qué volumen tiene el tanque?

9. ¿Con qué magnitud de velocidad sale un líquido por un orificio que se encuentra a una profundidad de 0.9 m?

10. Calcular el tiempo que tardará en llenarse una alberca cuya capacidad es de 500 m^3 si se alimenta recibiendo un gasto de 8 litros/s.

RESPUESTAS

1. G= 0.06 m^3/s
2. G= 0.14 m^3/s
3. G= 0.025 m^3/s
4. t= 625 min
5. V= 5 m^3
6. V= 3.7 m/s
7. d= 0.25 m
8. V= 60 m^3
9. V= 4.2 m/s
10. t= 62500 s

ACTIVIDAD EXPERIMENTAL

- **Objetivo**: que el estudiante comprenda y compruebe los conceptos relacionados con la hidrodinámica, así como que desarrolle las competencias:
- **Competencias genéricas**:

  Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos **establecidos.**

  Atributo: sintetiza evidencias obtenidas mediante la experimentación para producir conclusiones y formular nuevas preguntas.
- **Competencias disciplinares**:
- Obtiene, registra y sistematiza la información para responder a la pregunta de carácter científico, consultando fuentes relevantes y realizando experimentos pertinentes.

Competencias

- Contrasta los resultados obtenidos en una investigación o experimento con hipótesis previas y comunica sus conclusiones.
- Diseña prototipos para resolver problemas, satisfacer necesidades o demostrar principios científicos.

ACTIVIDAD EXPERIMENTAL

- Objetivo: que el estudiante comprenda y comprube los conceptos relacionados con los teoremas de Torricelli y de Bernoulli.
- El teorema de Torricelli dice que la magnitud de la velocidad con la que sale un líquido por el orificio de un recipiente es igual a la que adquiere un objeto que se deja caer libremente desde la superficie libre del líquido hasta el nivel del orificio. La magnitud de la velocidad del líquido se calcula con la ecuación:

$$v=\sqrt{2gh}$$

Bernoulli descubrió que la presión de un líquido que fluye por una tubería es baja si la magnitud de su velocidad es alta, y por el contrario, es alta, si la magnitud de su velocidad es baja. Por tanto, la ley de la conservación de la energía también se demuestra cuando los líquidos están en movimiento.

El Teorema de Bernoulli dice: en un líquido ideal cuyo flujo es estacionario, la suma de las energías cinética, potencial y de presión que tiene el líquido en un punto es igual a la suma de estas energías en otro punto cualquiera.

Actividad experimental

- Material:

  Un envase de cartón de un litro

  Un clavo grande

  Una regla graduada en milímetros

  Cinta adhesiva

  Embudo grande

  Una pelota de tenis o de mesa (ping pong)

Actividad experimental

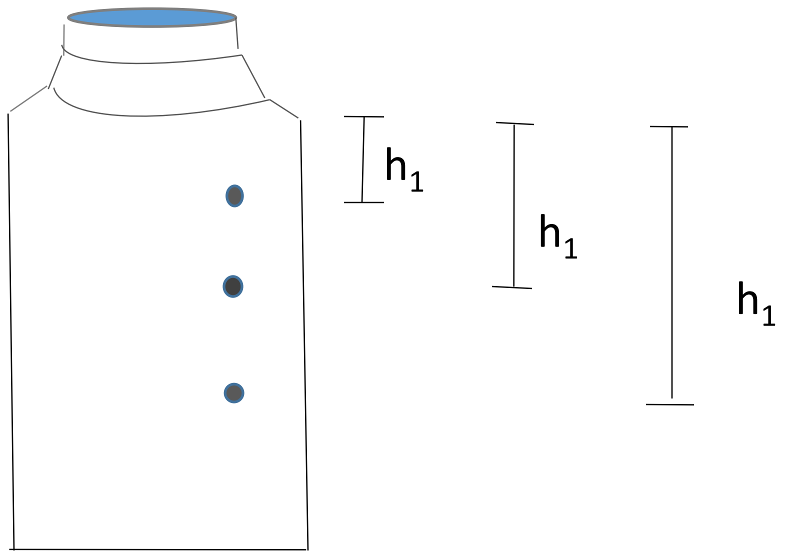
- Desarrollo de la actividad experimental:

1. En un envase de cartón de un litro de capacidad, hacerle con un clavo tres orificios del mismo tamaño, pero a diferentes alturas, como se ve en la figura. Tapa los orificios con cinta adhesiva, llena totalmente con agua el envase de cartón.
2. Retira de un tirón la cinta adhesiva y observa cómo es la salida del agua por cada orificio y en cuál sale con mayor velocidad.
3. Mide la altura que hay en cada uno de los orificios respecto del punto donde se encuentra la superficie libre de agua cuando se llena el envase de cartón con ella. Determina la presión hidrostática en pascales N/m^2 para cada uno de los tres orificios cuando el envase está lleno de agua.

$$P = Peh = \rho g h$$

La densidad del agua es de 1000 kg/m^2

Actividad experimental



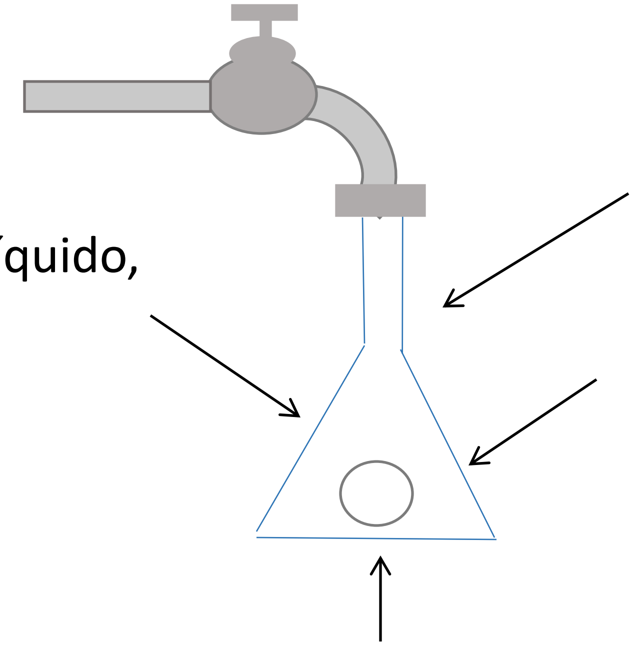
Perforaciones a distintas alturas en un envase de cartón para observar la magnitud de velocidad con que sale un líquido dependiendo de la profundidad.

Actividad experimental

- Aplica la expresión matemática del Teorema de Torricelli y calcula con qué magnitud de velocidad en m/s sale el agua en cada uno de los orificios cuando el envase está totalmente lleno de agua.
- Coloca un embudo de posición invertida junto a un grifo de agua como se ve en la figura. Abre la llave de tal forma que salga un chorro regular de agua. Pon una pelota de tenis de mesa hasta el fondo del embudo y suéltalo. Comprobarás el descubrimiento hecho por Bernoulli de que a mayor magnitud de velocidad de un fluido, menor es su presión y viceversa. Por tanto, observamos que la pelota queda suspendida en la corriente de agua sin caer. Esto sucede porque al fluir el agua y encontrarse con el obstáculo que es la pelota aumenta la magnitud de su velocidad al pasar alrededor de ella, disminuyendo su presión. La pelota no cae, pues recibe la presión que la atmósfera ejerce sobre ella y ésta es mayor a la presión del agua.

Actividad experimental

- Demostración de que la presión disminuye al aumentar la velocidad de un fluido.



Mayor

velocidad del líquido,

menor presión

Embudo invertido

Pelota de tenis

Presión atmosférica

ACTIVIDAD EXPERIMENTAL

- Cuestionario:

1. ¿En cuál de los tres orificios es mayor la presión hidrostática y por qué?
2. Comprobaste el teorema de Bernoulli, sí o no y por qué?
3. Enuncia con tus propias palabras el teorema de Bernoulli.

Retroalimentación de la Actividad experimental

Para comprobar si tus respuestas fueron correctas realiza lo siguiente:

Después de realizar la actividad experimental, tus respuestas debieron ser más o menos así. Pregunta 1: por el orificio con mayor profundidad sale con una mayor magnitud de velocidad el líquido contenido en un envase de cartón debido a la mayor presión hidrostática, ya que ésta aumenta a medida que es mayor la profundidad.

Pregunta 2. La magnitud de la velocidad de salida fue mayor en el orificio de mayor profundidad, toda vez que al aumentar la profundidad se incrementa la presión hidrostática y la magnitud de la velocidad de salida del líquido.

Pregunta 3. Sí se comprueba el teorema de Bernoulli al observarse cómo al fluir el agua y encontrarse con el obstáculo, que es la pelota, aumenta la magnitud de su velocidad al pasar alrededor de ésta y disminuye su presión. Por tanto, la pelota no cae ya que recibe la presión que la atmósfera ejerce sobre ella y ésta es mayor a la presión del agua.

Retroalimentación de la actividad experimental

- Pregunta 4. El enunciado del teorema de Bernoulli debió ser algo así: en un líquido cuyo flujo es estacionario, la suma de las energías cinética, potencial y de presión que tiene el líquido en un punto, es igual a la suma de estas energías en otro punto cualquiera.

Bibliografía

- Física para Bachillerato
  Pérez Montiel, Héctor.
  Editorial: Patria.
  2011.

- Física general con experimentos.
  Alvarenga, Beatriz. Máximo, Héctor.
  Editorial: Oxford.
  2014.